



แผนภูมิควบคุม: ข้อมูลแบบหน่วยวัด Variables Control Chart

BEM3104 ENGINEERING QUALITY CONTROL

Engineering Management Program

Faculty of Engineering and Industrial Technology, SSRU

- ใช้วิเคราะห์ลักษณะคุณภาพผลิตภัณฑ์ในเชิงปริมาณหรือเชิงตัวเลข
 - จำเป็นต้องทราบค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติ (Chance Causes or Natural Variation)
 - ต้องแบ่งข้อมูลที่ต้องการวิเคราะห์ออกเป็นกลุ่มย่อย (Subgroups)
 - มีระยะห่างของขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) กับเส้นกึ่งกลาง (CL) เท่ากับ 3σ และเช่นเดียวกับระยะห่างของขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) กับเส้นกึ่งกลาง (CL)
-

แผนภูมิควบคุม: ข้อมูลแบบหน่วยวัด

VARIABLES CONTROL CHARTS

ในที่นี้จะเรียน

1. แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

2. แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$

3. แผนภูมิควบคุม $X - MR$

ประเภทของ VARIABLES CONTROL CHARTS

- จำนวนตัวอย่างขนาด 2 – 6 ตัวอย่าง จะเหมาะสำหรับการตรวจสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่างกับค่าเฉลี่ยในระดับ 2σ ขึ้นไป
- หากต้องการตรวจสอบในระดับน้อยกว่า 2σ ควรกำหนดจำนวนตัวอย่างระหว่าง 15 – 25 ตัวอย่าง

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

1) กรณีไม่ทราบค่า μ และ σ

ในช่วงการผลิตของกระบวนการผลิตหนึ่งๆ ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ซึ่งในทางปฏิบัติจะไม่ทราบค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นสามารถประมาณได้โดยการสุ่มประมาณ 20 ถึง 25 กลุ่มตัวอย่าง ($\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_m$) แล้วบันทึกข้อมูลลงแผ่นบันทึก (ดูตารางที่ 1 ในภาคผนวก ข) โดยที่แต่ละกลุ่มตัวอย่างจะสุ่มตรวจประมาณ 2 ถึง 6 ชิ้น ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) เนื่องจากอาศัยทฤษฎีขีดจำกัดสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem; CLT)

แผนภูมิควบคุม \bar{X} จะหาได้จากสมการที่ (4.1)

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{\bar{x}}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

.....(4.1)

โดยที่ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต ($\mu = \bar{x}$) คือ $\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_m}{m}$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_m}{m}$$

A_2 คือค่าคงที่ (เปิดหาค่าจากตารางที่ 4 ในภาคผนวก ก.) \checkmark 364

พิสูจน์ ความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างจะตกอยู่ระหว่าง $\mu \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$ เท่ากับ $1 - \alpha$ จะวิเคราะห์ได้ถ้าทราบค่า μ และ σ ในการควบคุมคุณภาพค่า $Z_{\alpha/2} = 3$ แต่ในทางปฏิบัติ จะไม่ทราบค่า μ และ σ ดังนั้นจึงใช้ \bar{x} เป็นตัวประมาณค่าเฉลี่ย μ และใช้ \bar{R}/d_2 เป็นตัวประมาณ σ ของการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ d_2 คือค่าเฉลี่ยของการแจกแจงของพิสัยสัมพัทธ์ (Relative Range; W) เนื่องจาก $W = R/\sigma$

เนื่องจาก $\bar{x} - 3 \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + 3 \cdot \sigma_{\bar{x}}$

$$\bar{x} - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

กำหนดให้ A_2 คือ $\frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$

ดังนั้น $\bar{x} - A_2 \bar{R} \leq \mu \leq \bar{x} + A_2 \bar{R}$

แผนภูมิควบคุม R จะหาได้จากสมการที่ 4.2

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : D_4 \bar{R}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{R}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : D_3 \bar{R} \quad \dots(4.2)$$

โดยที่ D_3 และ D_4 คือค่าคงที่ (เปิดหาค่าจากตารางที่ 4 ในภาคผนวก ก.) $n=364$

พิสูจน์ สมมติว่าคุณลักษณะทางคุณภาพที่ต้องการศึกษามีการแจกแจงแบบปกติ เนื่องจากการแจกแจงของพิสัยสัมพัทธ์ $W = R/\sigma$ มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ d_3 การประมาณ $\hat{\sigma}_R$ สามารถประมาณได้จาก $d_3\sigma$

$$\text{เนื่องจาก} \quad \bar{R} - 3 \cdot \hat{\sigma}_R \leq \bar{R} \leq \bar{R} + 3 \cdot \hat{\sigma}_R$$

$$\bar{R} - 3 \cdot d_3\sigma \leq \hat{R} \leq \bar{R} + 3 \cdot d_3\sigma$$

$$\bar{R} - 3 \cdot \frac{d_3 \bar{R}}{d_2} \leq \hat{R} \leq \bar{R} + 3 \cdot \frac{d_3 \bar{R}}{d_2}$$

$$\text{กำหนดให้ } D_3 \text{ คือ } \max\left(0, 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}\right) \text{ และ } D_4 \text{ คือ } 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad D_3 \bar{R} \leq \hat{R} \leq D_4 \bar{R}$$

จำนวนตัวอย่าง n	แผนภูมิต้นเดี่ยว			แผนภูมิต้นเดี่ยวแบบมาตรฐาน						แผนภูมิห้าเหลี่ยม						
	ตัวประกอบ ชนิดจำกัดความคุม			ตัวประกอบ เส้นกึ่งกลาง			ตัวประกอบ ชนิดจำกัดความคุม			ตัวประกอบ เส้นกึ่งกลาง		ตัวประกอบ ชนิดจำกัดความคุม				
	A	A ₂	A ₃	c ₄	1/c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	1/d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

เมื่อ n > 25

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{3}{\sqrt{n}} & A_3 &= \frac{3}{c_4\sqrt{n}} & c_4 &= \frac{4(n-1)}{4n-3} \\
 B_3 &= 1 - \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}} & B_4 &= 1 + \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}} \\
 B_5 &= c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} & B_6 &= c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.1 เครื่องเป่าขึ้นรูปขวดพลาสติกเครื่องหนึ่งมี 4 หัวฉีด เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของขวดเป็นสิ่งที่ต้องการศึกษา ผลการวัดขนาดขวดจำนวน 20 ตัวอย่างจากแต่ละหัวฉีด ซึ่งข้อมูลที่แสดงในตารางต่อไปนี้เกิดจากการนำขนาดเฉลี่ยลบด้วยค่าที่วัดได้

ตัวอย่างที่	ค่าสังเกต			
	หัวฉีด 1	หัวฉีด 2	หัวฉีด 3	หัวฉีด 4
1	0.01	0.08	0.08	0.04
2	-0.03	0.03	0.09	0.10
3	0.03	0.09	0.08	0.07
4	-0.04	0.06	0.07	0.11
5	-0.06	0.02	0.06	0.11
6	0.01	0.03	0.07	0.11
7	0.00	0.04	0.09	0.06
8	0.01	0.08	0.09	0.09
9	0.01	0.00	0.02	0.07
10	0.01	-0.04	0.08	0.11
11	-0.01	-0.01	0.09	0.10
12	-0.02	0.02	0.03	0.08
13	-0.01	-0.02	0.05	0.04
14	0.01	0.05	0.07	0.08
15	0.00	0.05	0.06	0.06
16	0.00	0.00	0.08	0.14
17	0.01	0.00	0.05	0.15
18	0.03	0.09	0.11	0.12
19	-0.01	0.10	0.09	0.09
20	0.01	0.01	0.01	0.11

จงสร้างแผนภูมิควบคุม \bar{X} และ R พร้อมทั้งวิเคราะห์หว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่
ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$\begin{aligned} \text{ขีดจำกัดควบคุมบน } UCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} \\ &= 0.0481 + 0.729(0.1035) \\ &= 0.1236 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เส้นกึ่งกลาง } CL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ &= 0.0481 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง } LCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} \\ &= 0.0481 - 0.729(0.1035) \\ &= -0.0274 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม R คือ

$$\begin{aligned} \text{ขีดจำกัดควบคุมบน } UCL_R &= D_4\bar{R} \\ &= 2.282(0.1035) \\ &= 0.2362 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เส้นกึ่งกลาง } CL_R &= \bar{R} \\ &= 0.1035 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง } LCL_R &= D_3\bar{R} \\ &= 0 \end{aligned}$$

แผนควบคุมชนิดผันแปร (\bar{x} & R)

แผ่นที่ (Page)

ชื่อผลิตภัณฑ์ (Part name product) ขลุ่ย ๒๒ นิ้ว	ชื่อผลิตภัณฑ์ (Production product)	ส. ๑๐๑๑๑๑๑๑ (Line of production)
ขีดจำกัด (Specification limit)	เครื่องวัด (Gage)	
ผู้ปฏิบัติงาน (Operator)	เครื่องจักร (Machine)	เครื่องจักร (Machine No.)

วันที่ (Date)

Time	No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
x1		0.01	-0.05	0.03	-0.04	-0.04	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	-0.01	-0.02	-0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00						
x2		0.00	0.03	0.02	0.04	0.02	0.02	0.04	0.00	0.00	-0.04	0.01	0.02	-0.02	0.03	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00						
x3		0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00						
x4		0.00	0.10	0.00	0.11	0.11	0.11	0.08	0.09	0.07	0.11	0.10	0.09	0.04	0.06	0.04	0.10	0.10	0.02	0.00	0.00						
x5																											
Ls		0.24	0.00	0.27	0.20	0.13	0.12	0.19	0.27	0.10	0.16	0.19	0.11	0.04	0.21	0.19	0.22	0.21	0.55	0.29	0.14						
U		0.25	0.17	0.04	0.05	0.03	0.15	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04						
R		0.07	0.10	0.04	0.15	0.10	0.08	0.07	0.15	0.11	0.10	0.10	0.07	0.07	0.04	0.10	0.10	0.05	0.11	0.10	0.10						



หมายเหตุ (Note):

จากแผนภูมิควบคุม \bar{X} และ R พบว่า ข้อมูลเกาะกลุ่มใกล้เส้นกึ่งกลาง (Hugging the Centerline) กล่าวคือ ข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 1σ ดังนั้นแสดงว่าข้อมูลอยู่ภายนอกการควบคุม (Out of Control) หรือกระบวนการผลิตไม่ได้อยู่ภายใต้การควบคุม สาเหตุอาจเกิดจากลักษณะการเก็บข้อมูล เพราะข้อมูลของแต่ละกลุ่มตัวอย่างได้จาก 4 หัวฉีด ซึ่งแต่ละหัวฉีดก็จะมีลักษณะการกระจายตัวของข้อมูลเฉพาะอยู่แล้ว ดังนั้นแผนภูมิควบคุม \bar{X} และ R ควรใช้ในการวิเคราะห์ต่อแต่ละหัวฉีด มากกว่าใช้วิเคราะห์ข้อมูลทั้งหมดรวมกันว่ามาจากประชากรเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 4.2 แหวนของลูกสูบสำหรับเครื่องยนต์ของรถถูกผลิตด้วยกระบวนการขึ้นรูปภายใต้สมมติฐานว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของแหวนมีการแจกแจงปกติ เมื่อทำการสุ่มแหวนมาวัดขนาด 25 กลุ่มตัวอย่าง ตัวอย่างละ 5 ชิ้น ข้อมูลการวัดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในจากตัวอย่างสุ่ม แสดงในตารางต่อไปนี้

1. จงวิเคราะห์กระบวนการผลิตหลังจากการใช้แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$ เพื่อควบคุมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของแหวนดังกล่าว

จากตารางสามารถหาค่าเฉลี่ยทั้งหมดและค่าพิสัยเฉลี่ยได้ดังนี้

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{1,850.029}{25} = 74.001$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{25} R_i}{25} = \frac{0.569}{25} = 0.023$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$= 74.001 + (0.577)(0.023)$$

$$= 74.014$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$= 74.001 - (0.577)(0.023)$$

$$= 73.988$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม R คือ

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$= (2.115)(0.023)$$

$$= 0.049$$

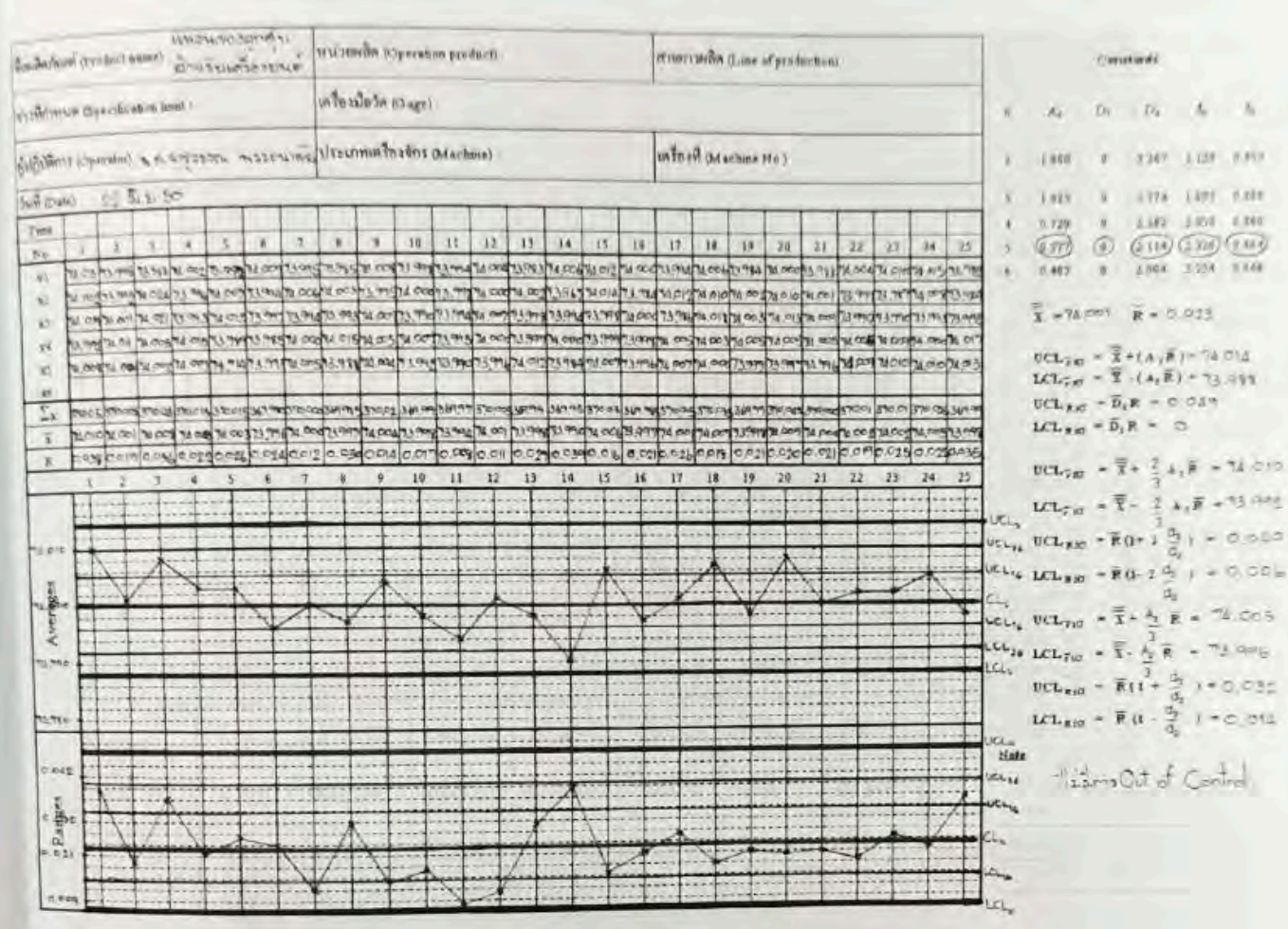
$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$= (0)(0.023)$$

$$= 0$$

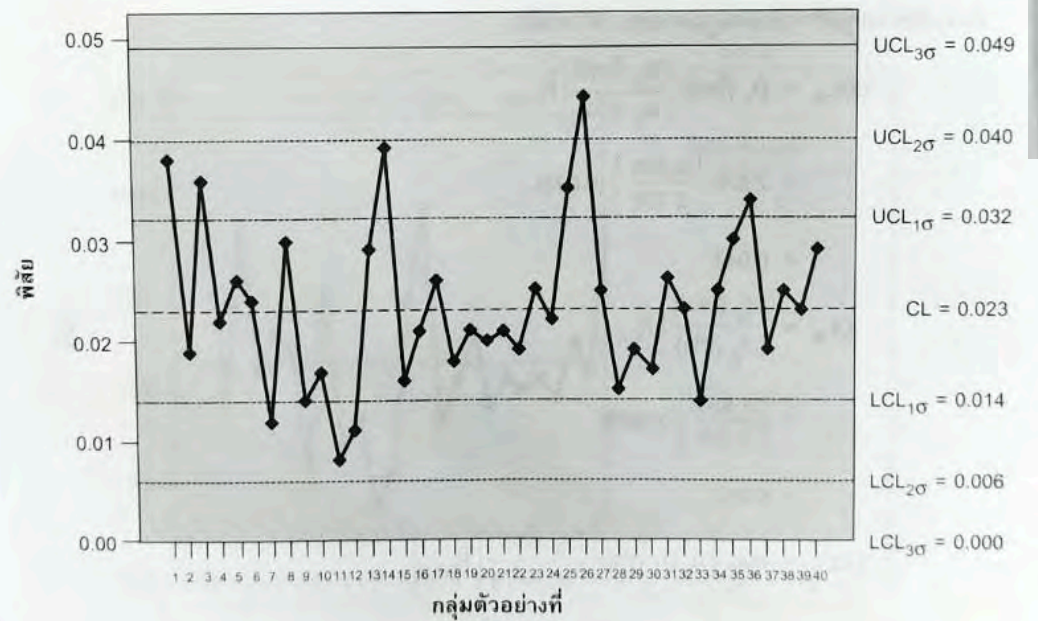
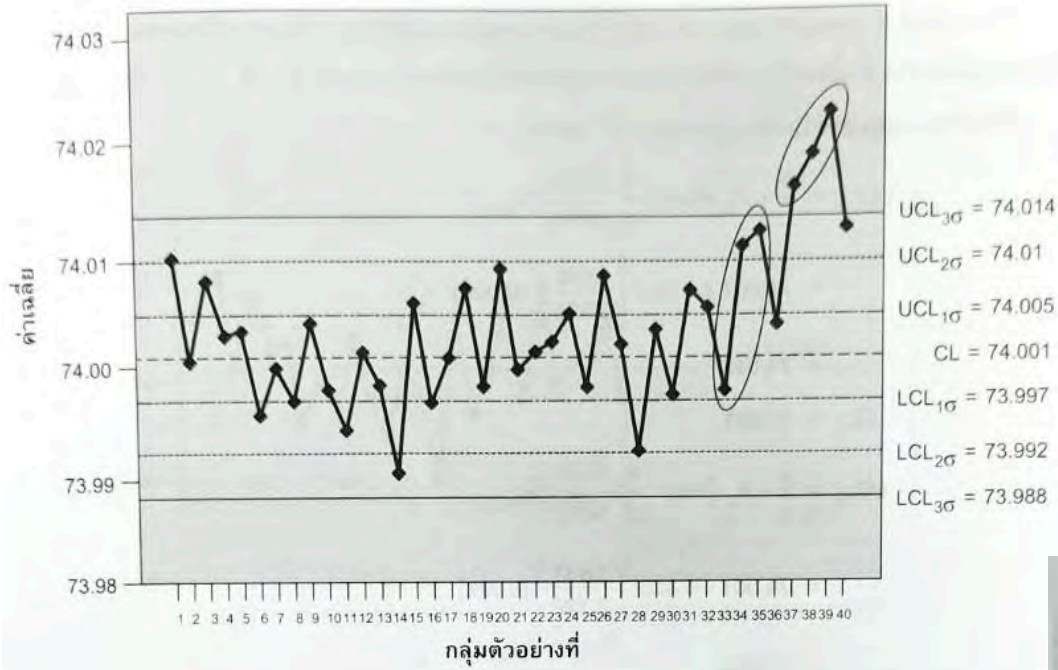
กลุ่มตัวอย่างที่	ค่าสังเกต (มิลลิเมตร)					\bar{x}_i	R_i
1	74.030	74.002	74.019	73.992	74.008	74.010	0.038
2	73.995	73.992	74.001	74.011	74.004	74.001	0.019
3	73.988	74.024	74.021	74.005	74.002	74.008	0.036
4	74.002	73.996	73.993	74.015	74.009	74.003	0.022
5	73.992	74.007	74.015	73.989	74.014	74.003	0.026
6	74.009	73.994	73.997	73.985	73.993	73.996	0.024
7	73.995	74.006	73.994	74.000	74.005	74.000	0.012
8	73.985	74.003	73.993	74.015	73.988	73.997	0.030
9	74.008	73.995	74.009	74.005	74.004	74.004	0.014
10	73.998	74.000	73.990	74.007	73.995	73.998	0.017
11	73.994	73.998	73.994	73.995	73.990	73.994	0.008
12	74.004	74.000	74.007	74.000	73.996	74.001	0.011
13	73.983	74.002	73.998	73.997	74.012	73.998	0.029
14	74.006	73.967	73.994	74.000	73.984	73.990	0.039
15	74.012	74.014	73.998	73.999	74.007	74.006	0.016
16	74.000	73.984	74.005	73.998	73.996	73.997	0.021
17	73.994	74.012	73.986	74.005	74.007	74.001	0.026
18	74.006	74.010	74.018	74.003	74.000	74.007	0.018
19	73.984	74.002	74.003	74.005	73.997	73.998	0.021
20	74.000	74.010	74.013	74.020	74.003	74.009	0.020
21	73.988	74.001	74.009	74.005	73.996	74.000	0.021
22	74.004	73.999	73.990	74.006	74.009	74.002	0.019
23	74.010	73.989	73.990	74.009	74.014	74.002	0.025
24	74.015	74.008	73.993	74.000	74.010	74.005	0.022
25	73.982	73.984	73.995	74.017	74.013	73.998	0.035
	Σ	1850.029	0.569				
	เฉลี่ย	74.001	0.023				

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$



จากแผนภูมิควบคุม \bar{X} และ R พบว่าไม่มีจุดใดออกนอกสภาวะการควบคุม (In Control Condition) สรุปได้ว่ากระบวนการผลิตแหวนลูกสูบสำหรับเครื่องยนต์อยู่ภายใต้สภาวะการควบคุม ดังนั้นสามารถประยุกต์ใช้ตัวชี้วัดจำกัดควบคุมสำหรับการควบคุมกระบวนการผลิตได้

2. จากข้อที่ 1 ได้สุ่มตัวอย่างเพิ่มเติมอีก 15 กลุ่มตัวอย่างจากกระบวนการผลิต ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางต่อไปนี้ จึงวิเคราะห์กระบวนการผลิตภายหลังการประยุกต์แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$



แผนภูมิควบคุมแสดงให้เห็นว่า กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้สภาวะการควบคุม จนกระทั่งเกิดรูปแบบ (Pattern) ของจุดบนแผนภูมิควบคุม \bar{X} ที่กลุ่มตัวอย่างที่ 34 และกลุ่มตัวอย่างที่ 35 กล่าวคือ มี 2 จุดใน 3 จุดที่อยู่ต่อเนื่องกัน อยู่ในช่วงระหว่าง 2σ และ 3σ ซึ่งเป็นเหตุให้ค่าเฉลี่ยปรับตัวเพิ่มสูงขึ้น และเกิดจุดออกนอกขีดจำกัดควบคุม +3σ ของแผนภูมิควบคุม \bar{X} ที่กลุ่มตัวอย่างที่ 37 ดังนั้นพนักงาน วิศวกรการผลิต วิศวกรคุณภาพ และตัวแทนฝ่ายบริหาร ต้องร่วมกันค้นหาและกำจัดความแปรผันที่ไม่ได้เกิดขึ้นโดยธรรมชาติ

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

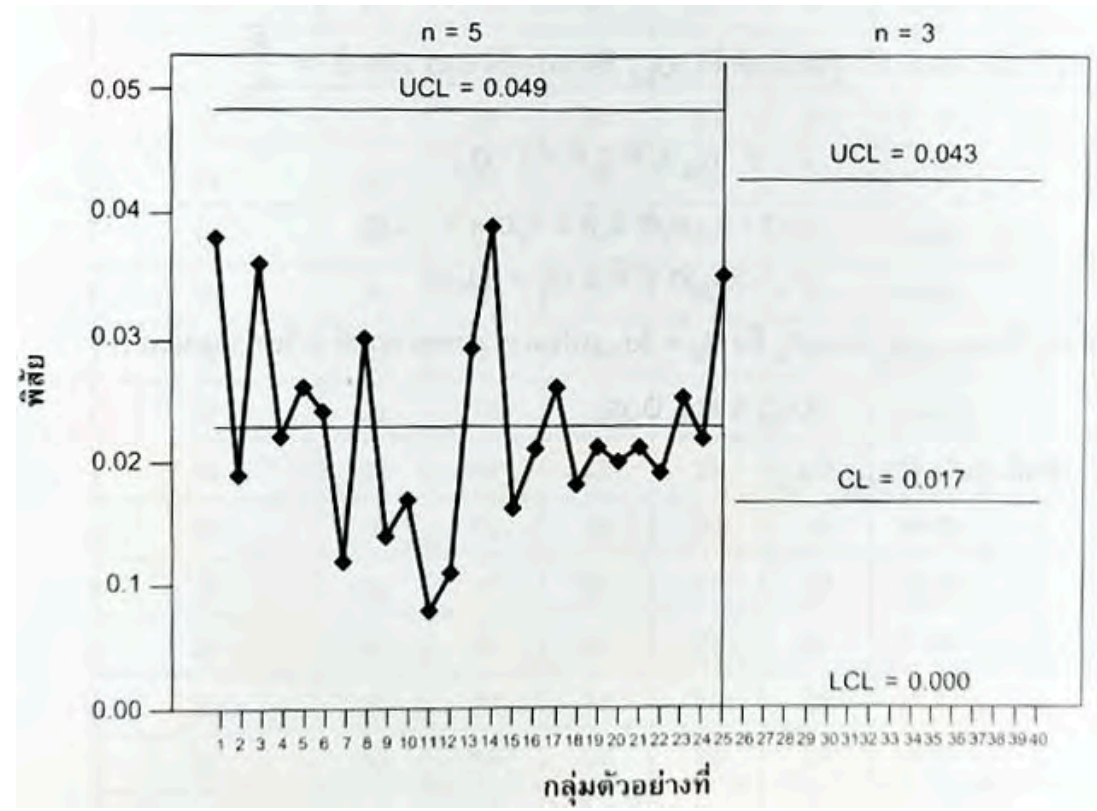
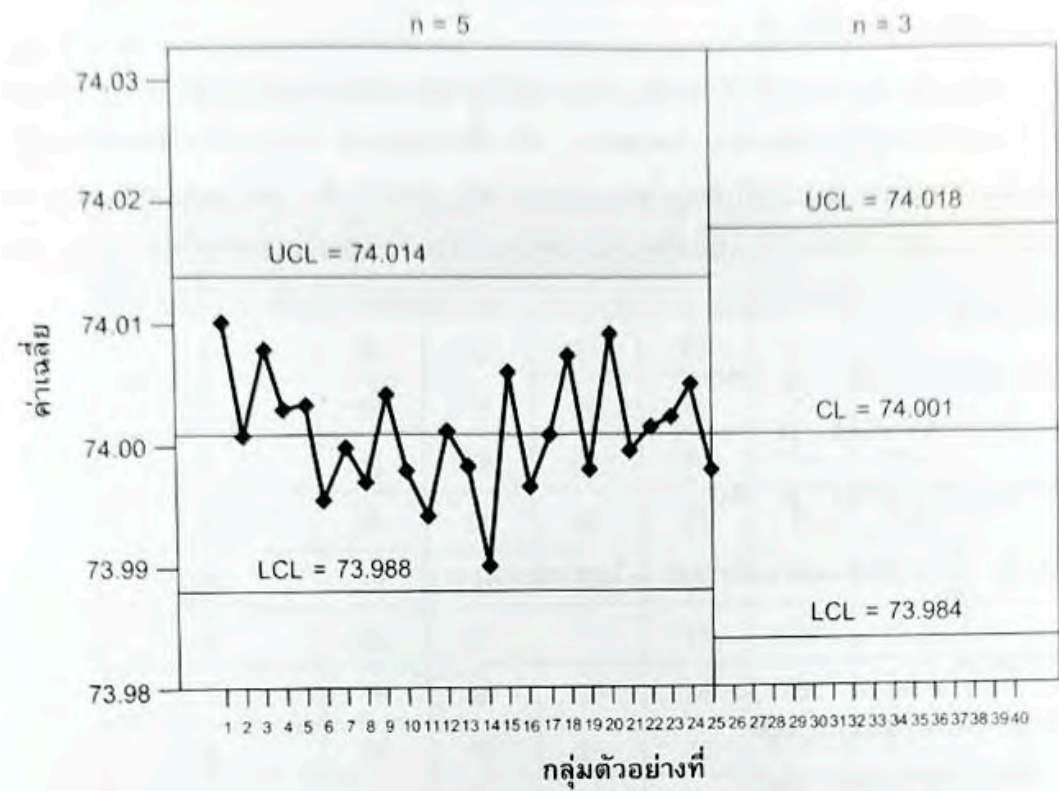
3. จากข้อที่ 1 จะพบว่ากระบวนการผลิตที่การควบคุมดี ส่งผลให้วิศวกรต้องการปรับลดขนาดตัว
 3 ขึ้นต่อกลุ่มตัวอย่าง ดังนั้นจึงกำหนดขีดจำกัดควบคุมใหม่ให้กับแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} ใหม่คือ

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{x}} + A_2 (\text{ใหม่}) \left[\frac{d_2 (\text{ใหม่})}{d_2 (\text{เก่า})} \right] \bar{R}_{(\text{เก่า})} \\ &= 74.001 + 1.023 \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.023) \\ &= 74.018 \\ CL_{\bar{X}} &= 74.001 \\ LCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{x}} - A_2 (\text{ใหม่}) \left[\frac{d_2 (\text{ใหม่})}{d_2 (\text{เก่า})} \right] \bar{R}_{(\text{เก่า})} \\ &= 74.001 - 1.023 \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.023) \\ &= 73.984 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม R ใหม่คือ

$$\begin{aligned} UCL_R &= D_4 (\text{ใหม่}) \left[\frac{d_2 (\text{ใหม่})}{d_2 (\text{เก่า})} \right] \bar{R}_{(\text{เก่า})} \\ &= 2.575 \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.023) \\ &= 0.043 \\ CL_R &= \left[\frac{d_2 (\text{ใหม่})}{d_2 (\text{เก่า})} \right] \bar{R}_{(\text{เก่า})} \\ &= \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.023) \\ &= 0.017 \\ LCL_R &= \max \left\{ 0, D_3 (\text{ใหม่}) \left[\frac{d_2 (\text{ใหม่})}{d_2 (\text{เก่า})} \right] \bar{R}_{(\text{เก่า})} \right\} \\ &= \max \left\{ 0, 0 \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.023) \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$



2) กรณีทราบค่า μ และ σ

ในกรณีที่ทราบค่า μ และ σ หรือกรณีที่ฝ่ายบริหารต้องการกำหนดค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต (Process Mean : μ) และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation : σ) เพื่อสะท้อนว่า กระบวนการผลิตที่เป็นอยู่ในปัจจุบันตรงกับค่าเป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ การบันทึกข้อมูลให้ลงในแผ่นบันทึก (ดูตารางที่ 1 ในภาคผนวก ข.) ส่วนการคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุมสามารถกระทำได้โดยไม่ต้องวิเคราะห์ข้อมูลเดิม ดังแสดงในสมการที่ (4.5) และ (4.6)

แผนภูมิควบคุม \bar{X}

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \mu + A\sigma$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \mu$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \mu - A\sigma$$

.....(4.5)

กำหนดให้ A คือ $\frac{3}{\sqrt{n}}$ (เปิดหาค่าจากตารางที่ 4 ในภาคผนวก ก.)

แผนภูมิควบคุม R

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : D_2\sigma$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : d_2\sigma$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : D_1\sigma$$

.....(4.6)

พิสูจน์ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของพิสัย (σ_R) มีค่าเท่ากับ $d_3\sigma$ และ $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$

เนื่องจาก

$$\bar{R} - 3 \cdot \sigma_R \leq \bar{R} \leq \bar{R} + 3 \cdot \sigma_R$$

$$d_2\sigma - 3 \cdot d_3\sigma \leq \bar{R} \leq d_2\sigma + 3 \cdot d_3\sigma$$

$$(d_2 - 3d_3)\sigma \leq \bar{R} \leq (d_2 + 3d_3)\sigma$$

กำหนดให้ D_1 คือ $d_2 - 3d_3$ และ D_2 คือ $d_2 + 3d_3$ (เปิดหาค่าจากตารางที่ 4 ในภาคผนวก ก.)

ดังนั้น

$$D_1\sigma \leq \bar{R} \leq D_2\sigma$$

และ

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL}_R\text{)} : d_2\sigma$$

ตัวอย่างที่ 4.3 ผู้ผลิตขดลวดเหนียวจำเป็นต้องการควบคุมค่าความต้านทานไฟฟ้า ดังนั้นจึงสุ่มขนาดตัวอย่าง 5 กลุ่มตัวอย่าง ตัวอย่างละ 5 ชิ้นจากกระบวนการผลิต แล้ววัดค่าความต้านทาน ผลการวัดค่าแสดงดังตารางต่อไปนี้

กลุ่มตัวอย่างที่ (i)	ค่าสังเกต (โอห์ม)					\bar{x}_i	R_i
1	20	22	21	23	22	21.60	3
2	19	18	22	20	20	19.80	4
3	25	18	20	17	22	20.40	8
4	20	21	22	21	21	21.00	2
5	19	24	23	22	20	21.60	5
6	22	20	18	18	19	19.40	4
7	18	20	19	18	20	19.00	2
8	20	18	23	20	21	20.40	5
9	21	20	24	23	22	22.00	4
10	21	19	20	20	20	20.00	2
11	20	20	23	22	20	21.00	3
12	22	21	20	22	23	21.60	3
13	19	22	19	18	19	19.40	4
14	20	21	22	21	22	21.20	2
15	20	24	24	23	23	22.80	4
16	21	20	24	20	21	21.20	4
17	20	18	18	20	20	19.20	2
18	20	24	22	23	23	22.40	4
19	20	19	23	20	19	20.20	4
20	22	21	21	24	22	22.00	3
21	23	22	22	20	22	21.80	3
22	21	18	18	17	19	18.60	4
23	21	24	24	23	23	23.00	3
24	20	22	21	21	20	20.80	2
25	19	20	21	21	22	20.60	3
					Σ	521.00	87
					เฉลี่ย	20.84	3.48

สมมติว่าทราบค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการผลิตคือ 21.0 โอห์ม และ 1.0 โอห์ม ตามลำดับ จงวิเคราะห์กระบวนการผลิต

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{521}{25} = 20.84$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{25} R_i}{25} = \frac{87}{25} = 3.48$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{x}} &= \mu + A\sigma \\ &= 21 + (1.342)(1) \\ &= 22.342 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CL_{\bar{x}} &= \mu \\ &= 21 \end{aligned}$$

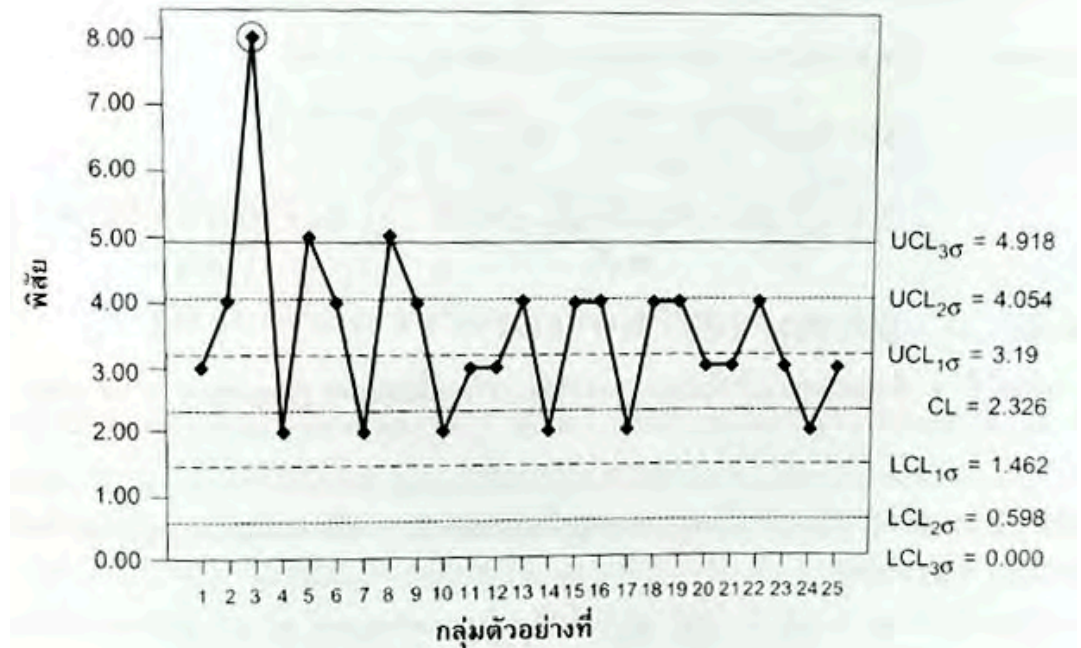
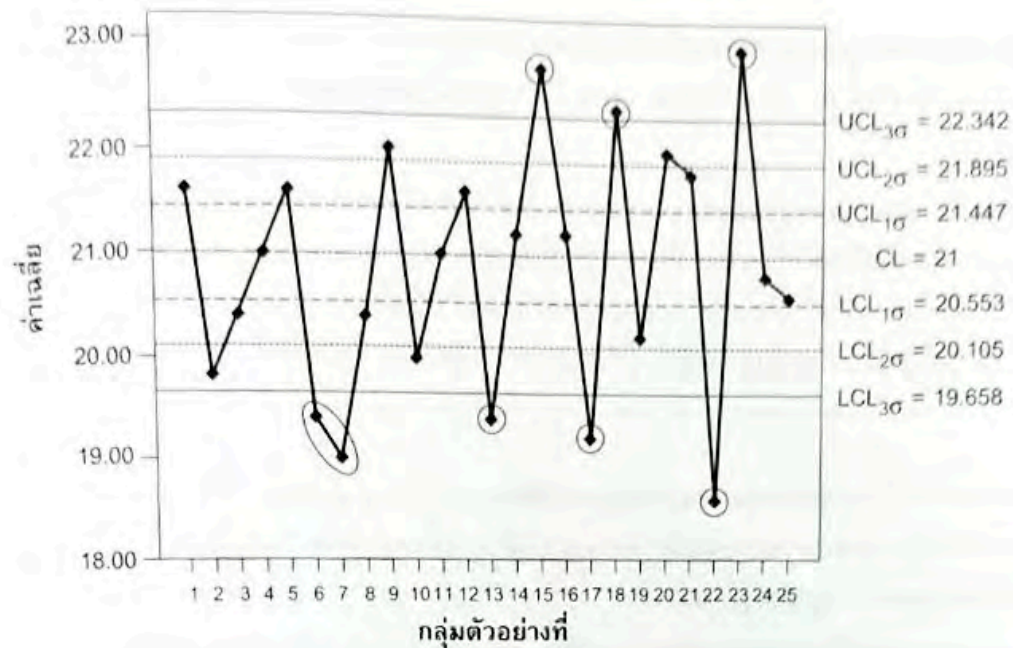
$$\begin{aligned} LCL_{\bar{x}} &= \mu - A\sigma \\ &= 21 - (1.342)(1) \\ &= 19.658 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม R คือ

$$\begin{aligned} UCL_R &= D_2\sigma \\ &= (4.918)(1) \\ &= 4.918 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CL_R &= d_2\sigma \\ &= (2.326)(1) \\ &= 2.326 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_R &= D_1\sigma \\ &= (0)(1) \\ &= 0 \end{aligned}$$



กระบวนการผลิตอยู่นอกสภาวะการควบคุม เนื่องจากมีจุดออกนอกขีดจำกัดควบคุมมากมาย แต่ทว่าพนักงานสามารถค้นหาสาเหตุของความแปรผันที่ไม่ได้เกิดขึ้นโดยธรรมชาติได้เพียงบางส่วนเท่านั้น รายละเอียดมีดังต่อไปนี้

ในแผนภูมิควบคุม \bar{X} พบสาเหตุของความแปรผันในกลุ่มตัวอย่างที่ 22 และ 23 ซึ่งทำให้จุดอยู่ใต้และเหนือขีดจำกัดการควบคุมตามลำดับ สาเหตุเกิดจากอุณหภูมิของเตาอบสูงเกินไปเมื่อทำการอบสำหรับกลุ่มตัวอย่างที่ 22 และใช้แม่พิมพ์ผิดสำหรับกลุ่มตัวอย่างที่ 23 ขณะที่ในแผนภูมิควบคุม R พบสาเหตุของความแปรผันในกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ซึ่งทำให้จุดออกนอกขีดจำกัดบน สาเหตุเกิดจากคุณภาพของวัตถุดิบในกลุ่มตัวอย่างที่ 3 เป็นของผู้จำหน่ายรายใหม่ ดังนั้นฝ่ายควบคุมคุณภาพต้องขอให้ผู้จำหน่ายส่งเอกสารที่แสดงให้เห็นว่ามีการควบคุมคุณภาพวัตถุดิบเพียงพอ รวมถึงการจัดส่ง

วัตถุดิบเป็นไปตามมาตรฐานที่ตกลงกันหรือไม่ เมื่อพบสาเหตุของทั้ง 3 กลุ่มตัวอย่าง จึงสามารถตัดข้อมูลทั้ง 3 กลุ่มตัวอย่างทิ้ง แล้ววิเคราะห์ใหม่ อย่างไรก็ตาม แผนภูมิควบคุม \bar{X} ก็ยังพบจุดออกนอกขีดจำกัดบน 2 จุด และจุดออกขีดจำกัดล่าง 4 จุด

นอกจากนั้นจุดส่วนใหญ่ในแผนภูมิควบคุม R ยังตกอยู่เหนือเส้นกึ่งกลางของแผนภูมิ กล่าวได้ว่า กระบวนการผลิตไม่มีสมรรถนะตามที่บริษัทกำหนด เนื่องจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานกระบวนการผลิต ($\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$) เกินค่าเป้าหมายซึ่งเท่ากับ 1 ดังนั้นฝ่ายบริหารต้องหาทางลดความแปรผันที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติ เพื่อให้ตรงกับค่าเป้าหมายที่ผู้ผลิตต้องการ เช่น เปลี่ยนวิธีการดำเนินการผลิต เปลี่ยนวัตถุดิบ หรือเปลี่ยนเครื่องจักรอุปกรณ์ เป็นต้น

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุมค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Control Charts for \bar{X} and S) โดยใช้ S ประมาณ σ โดยตรง แทนที่จะใช้ R ประมาณ σ แผนภูมิประเภทนี้ใช้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$ เมื่อค่าขนาดตัวอย่างสุ่ม (n) มีค่ามาก ($n > 10$ หรือ 12) หรือมีค่าไม่คงที่ เพราะเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลทุกตัว ขณะที่แผนภูมิควบคุม R วิเคราะห์ข้อมูลเพียง 2 ค่าจากจำนวนตัวอย่างสุ่มเท่านั้น จึงง่ายต่อการสร้างและการใช้งาน แต่ประสิทธิภาพจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ กล่าวคือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$ ต้องคำนวณมากกว่าแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$

วิธีการสร้างแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$ เหมือนกับวิธีการสร้างแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - R$ เพียงแต่แผนภูมิที่วิเคราะห์ความแปรผัน จะใช้ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นตัววิเคราะห์แทนค่าพิสัย แผนภูมิควบคุม S ใช้สำหรับการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือของข้อมูลที่วัดในช่วงเวลาที่ผลิตใกล้เคียงกัน

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$

1. กรณีที่ n มีค่าคงที่แต่ไม่ทราบค่า σ

การบันทึกข้อมูลลงในแผ่นบันทึก (ดูตารางที่ 2 ในภาคผนวก ข.) ส่วนการคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุม ต้องใช้วิธีการประมาณค่าจากข้อมูลในอดีต ซึ่งสามารถคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุมได้ ดังแสดงในสมการที่ (4.9) และสมการที่ (4.10)

แผนภูมิควบคุม \bar{X}

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{\bar{x}}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$\text{หรือ ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{\bar{x}}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$$

.....(4.9)

$$\text{โดยที่ } A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \text{ เนื่องจาก } \sigma \text{ คือ } \frac{\bar{s}}{c_4}$$

$$\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i \text{ เมื่อ } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \text{ และ } m \text{ คือจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มในเบื้องต้น โดย}$$

ที่แต่ละกลุ่มมีขนาด n เท่ากัน

แผนภูมิควบคุม S

เนื่องจากตัวสถิติ \bar{s}/c_4 เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimator) ของ σ กล่าวคือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{s}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

หรือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : B_4\bar{s}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{s}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : B_3\bar{s}$$

.....(4.10)

$$\text{กำหนดให้ } B_3 \text{ คือ } \max \left[0, 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \right] \text{ และ } B_4 \text{ คือ } 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \text{ (เปิดหาค่า } B_3 \text{ และ } B_4 \text{ จากตาราง}$$

ที่ 4 ในภาคผนวก ก.) นอกจากนั้นจะพบว่า $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$ และ $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$

ตัวอย่างที่ 4.4 แหวนลูกสูบสำหรับเครื่องยนต์ของรถถูกผลิตด้วยกระบวนการขึ้นรูปภายใต้สมมติฐานว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของแหวนมีการแจกแจงปกติ เมื่อทำการสุ่มแหวนมาวัดขนาด 25 กลุ่มตัวอย่าง ตัวอย่างละ 5 ชิ้น ข้อมูลการวัดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในจากตัวอย่างสุ่ม แสดงในตารางต่อไปนี้

กลุ่มตัวอย่างที่	ค่าสังเกต (มิลลิเมตร)					\bar{x}_i	s_i
1	74.030	74.002	74.019	73.992	74.008	74.010	0.0148
2	73.995	73.992	74.001	74.011	74.004	74.001	0.0075
3	73.988	74.024	74.021	74.005	74.002	74.008	0.0147
4	74.002	73.996	73.993	74.015	74.009	74.003	0.0091
5	73.992	74.007	74.015	73.989	74.014	74.003	0.0122
6	74.009	73.994	73.997	73.985	73.993	73.996	0.0087
7	73.995	74.006	73.994	74.000	74.005	74.000	0.0055
8	73.985	74.003	73.993	74.015	73.988	73.997	0.0123
9	74.008	73.995	74.009	74.005	74.004	74.004	0.0055
10	73.998	74.000	73.990	74.007	73.995	73.998	0.0063
11	73.994	73.998	73.994	73.995	73.990	73.994	0.0029
12	74.004	74.000	74.007	74.000	73.996	74.001	0.0042

กลุ่มตัวอย่างที่	ค่าสังเกต (มิลลิเมตร)					\bar{x}_i	s_i
13	73.983	74.002	73.998	73.997	74.012	73.998	0.0105
14	74.006	73.967	73.994	74.000	73.984	73.990	0.0153
15	74.012	74.014	73.998	73.999	74.007	74.006	0.0073
16	74.000	73.984	74.005	73.998	73.996	73.997	0.0078
17	73.994	74.012	73.986	74.005	74.007	74.001	0.0106
18	74.006	74.010	74.018	74.003	74.000	74.007	0.0070
19	73.984	74.002	74.003	74.005	73.997	73.998	0.0085
20	74.000	74.010	74.013	74.020	74.003	74.009	0.0080
21	73.988	74.001	74.009	74.005	73.996	74.000	0.0082
22	74.004	73.999	73.990	74.006	74.009	74.002	0.0074
23	74.010	73.989	73.990	74.009	74.014	74.002	0.0119
24	74.015	74.008	73.993	74.000	74.010	74.005	0.0087
25	73.982	73.984	73.995	74.017	74.013	73.998	0.0162
	Σ					1,850.029	0.2310
	เฉลี่ย					74.001	0.009

จงสร้างแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$ เพื่อควบคุมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของแหวนของลูกสูบนี้
จากตารางสามารถหาค่าเฉลี่ยทั้งหมดและค่าพิสัยเฉลี่ยได้ดังนี้

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{1,850.029}{25} = 74.001$$

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^{25} s_i}{25} = \frac{0.2310}{25} = 0.009$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

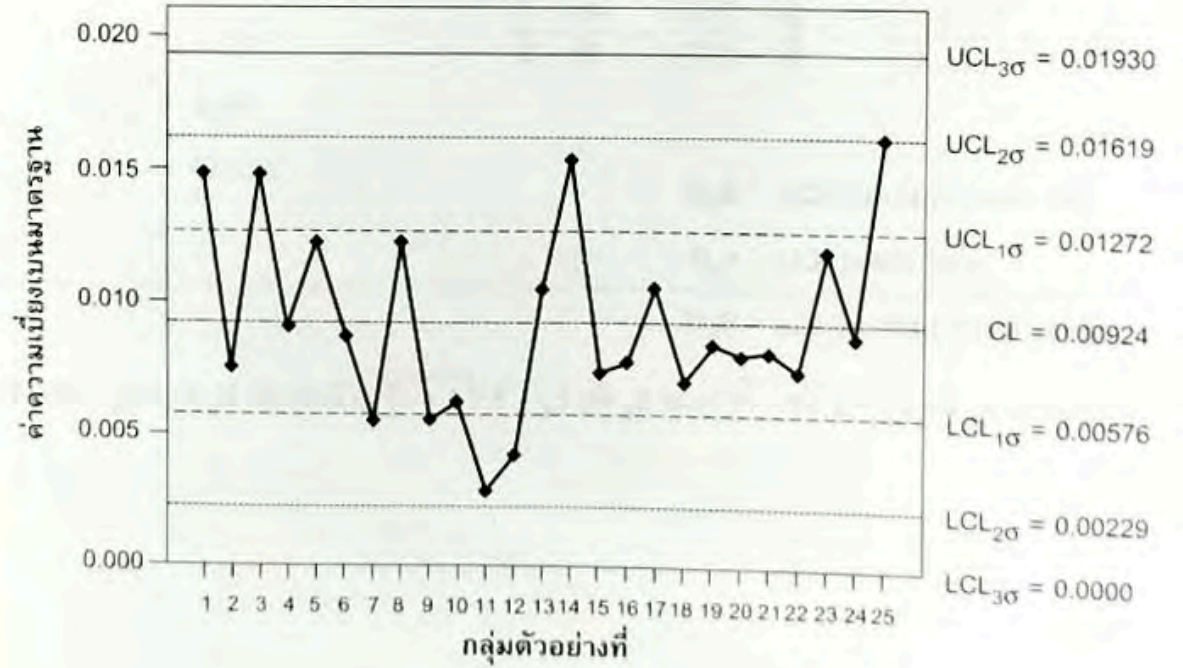
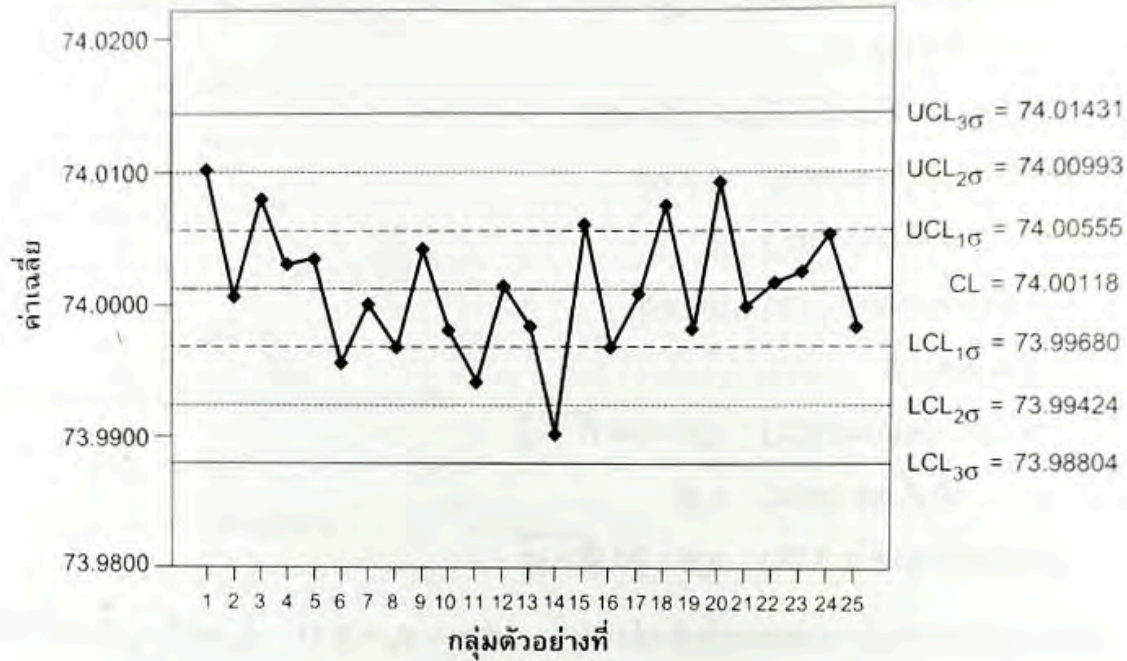
$$\begin{aligned} UCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} \\ &= 74.001 + (1.427)(0.009) \\ &= 74.014 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} \\ &= 74.001 - (1.427)(0.009) \\ &= 73.988 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม S คือ

$$\begin{aligned} UCL_s &= B_4\bar{s} \\ &= (2.089)(0.009) \\ &= 0.019 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_s &= B_3\bar{s} \\ &= (0)(0.009) \\ &= 0 \end{aligned}$$



จากแผนภูมิควบคุม \bar{X} และ S พบว่า ไม่มีจุดใดออกนอกสภาวะการควบคุม (In Control Condition) สรุปได้ว่า กระบวนการผลิตแหวนของลูกสูบสำหรับเครื่องยนต์อยู่ภายใต้สภาวะการควบคุม ดังนั้นสามารถประยุกต์ขีดจำกัดควบคุมสำหรับการควบคุมกระบวนการผลิตได้ นอกจากนั้นการประมาณค่าของ σ สามารถประมาณได้จากค่าประมาณ \bar{s}/c_4 ดังนี้

$$\sigma = \frac{\bar{s}}{c_4} = \frac{0.0090}{0.9400} = 0.0096$$

2. กรณีที่ n มีค่าคงที่และทราบค่า σ

การบันทึกข้อมูลให้ลงในแผ่นบันทึก (ดูตารางที่ 2 ในภาคผนวก ข.) ส่วนการคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุม ดังในสมการที่ (4.11) และ (4.12)

แผนภูมิควบคุม \bar{X} (เหมือนกับสมการที่ (4.5))

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \mu + A\sigma$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \mu$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \mu - A\sigma$$

.....(4.11)

แผนภูมิควบคุม S

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : c_4\sigma$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2}$$

พิสูจน์ ถ้าประชากรมีการแจกแจงปกติ แล้ว $E(s) = c_4\sigma$ และ $\sigma_s = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$ โดยที่ c_4 เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นกับจำนวน n

$$\text{หรือ } c_4 = \left[\frac{2}{(n-1)} \right]^{1/2} \cdot \frac{[(n-2)/2]!}{[(n-3)/2]!} \approx \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

หรือ

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) : $B_6\sigma$

เส้นกึ่งกลาง (CL) : $c_4\sigma$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) : $B_5\sigma$

กำหนดให้ B_5 คือ $c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$ และ B_6 คือ $c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$ (เปิดหาค่า B_5 และ B_6 จากตารางที่ 4)
ผนวก ก.)

ตัวอย่างที่ 4.5 ในกระบวนการบรรจุครีมแบบอัตโนมัติ ซึ่งทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักในการบรรจุเท่ากับ 0.85 กรัม การกระจายตัวที่เกิดขึ้นส่งผลให้ต้องมีการปรับเครื่องบรรจุเป็นครั้งคราว เพื่อรักษาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักในการบรรจุให้ได้ 251 กรัม เมื่อต้องการตรวจสอบการควบคุม จึงทำการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 5 ขวดต่อกลุ่มตัวอย่าง เพื่อศึกษาว่าควรปรับเครื่องบรรจุเมื่อใด จึงคำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$

$$\mu = 251$$

$$\sigma = 0.85$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{x}} &= \mu + A\sigma \\ &= 251 + 1.342(0.85) \\ &= 252.14 \end{aligned}$$

$$CL_{\bar{x}} = 251$$

$$\begin{aligned} LCL_{\bar{x}} &= \mu - A\sigma \\ &= 251 - 1.342(0.85) \\ &= 249.86 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม S คือ

$$\begin{aligned} UCL_S &= B_6\sigma \\ &= 1.964(0.85) \\ &= 1.669 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CL_S &= c_4\sigma \\ &= 0.940(0.85) \\ &= 0.799 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_S &= B_5\sigma \\ &= 0(0.85) \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. กรณีที่ n มีค่าไม่คงที่

การคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะใช้วิธีถ่วงน้ำหนักดังสมการที่ (4.13) แล้วแทนค่าลงในสมการที่ (4.9) และสมการที่ (4.10) แต่ค่าคงที่ A_3 , B_3 และ B_4 จะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามขนาดของ n ของแต่ละกลุ่มตัวอย่าง

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^m n_i}$$

และ

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad \dots(4.13)$$

ในทางปฏิบัติ วิศวกรมักประยุกต์แผนภูมิควบคุม R มากกว่าแผนภูมิควบคุม S เนื่องจากสามารถคำนวณได้ง่ายกว่า เว้นแต่มีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ

ตัวอย่างที่ 4.6 แผนการชักตัวอย่างเพื่อการยอมรับโดยการวัดค่า ใช้เพื่อพิจารณาผลของสัญญาณขอความช่วยเหลือทางทะเลว่า ลอตมีค่าความส่องสว่างตรงตามที่กำหนดหรือไม่ ลอตถูกปฏิเสธการยอมรับบ่อยมาก ดังนั้นหากต้องการศึกษาด้วยแผนภูมิควบคุม $\bar{X} - S$ แต่การเก็บข้อมูลทั้ง 12 กลุ่มตัวอย่างภายใน 3 วัน มีจำนวนตัวอย่างต่อกลุ่มแปรผันตั้งแต่ 4 หน่วยจนถึง 20 หน่วย ผลการวัดค่าความส่องสว่างแสดงดังตารางต่อไปนี้

วันที่	n	\bar{x}	s	วันที่	n	\bar{x}	s
17 ก.ค. 50	4	9.425	4.180	18 ก.ค. 50	10	5.370	5.484
	5	16.660	3.559		20	17.700	3.893
	5	10.580	4.258	23 ก.ค. 50	5	10.380	4.303
	5	10.780	2.476		7	9.343	3.814
18 ก.ค. 50	5	5.480	4.917		7	8.486	5.990
	10	9.890	5.800		20	12.905	5.914

จงสร้างขีดจำกัดควบคุมพร้อมทั้งวิเคราะห์ผลลัพธ์

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{12} n_i} = \frac{1,196.603}{103} = 11.6175$$

$$\bar{s} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}}}{\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{2,199.3730}{91}} = 4.92$$

กรณีที่ $n = 4$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} \\ &= 11.6175 + (1.628)(4.92) \\ &= 19.621 \end{aligned}$$

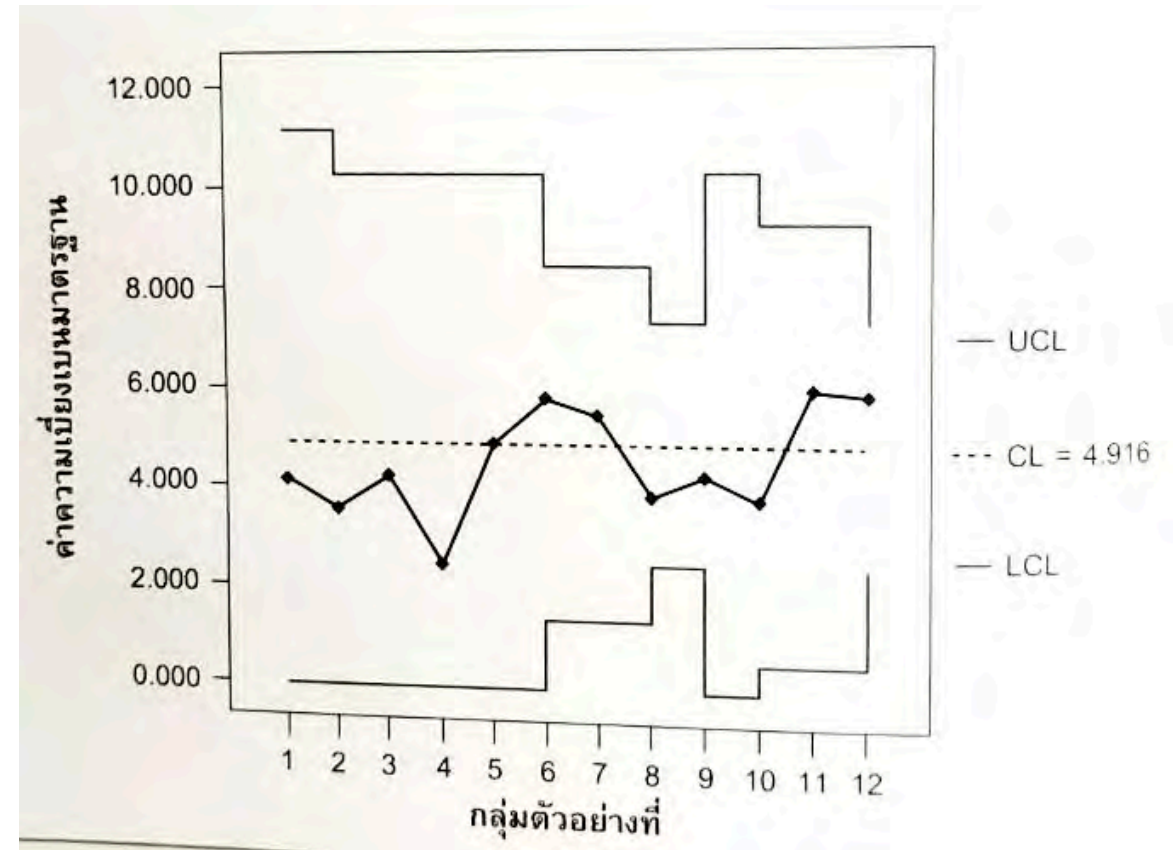
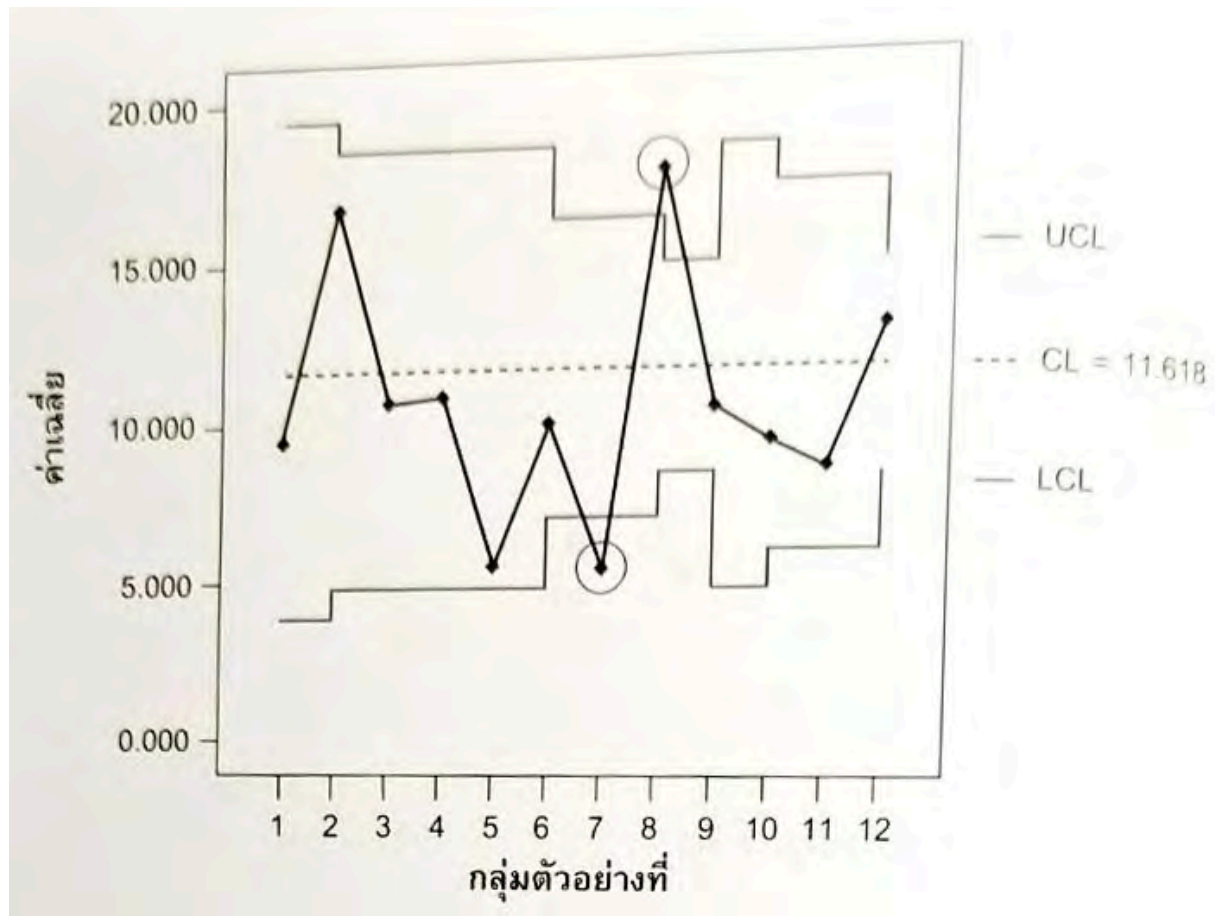
$$\begin{aligned} LCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} \\ &= 11.6175 - (1.628)(4.92) \\ &= 3.608 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม S คือ

$$\begin{aligned} UCL_s &= B_4 \bar{s} \\ &= (2.266)(4.92) \\ &= 11.149 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_s &= B_3 \bar{s} \\ &= (0)(4.92) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5, 7, 10 และ 20 คำนวณได้เช่นเดียวกับกรณีที่ $n = 4$ เมื่อพิจารณาจากกราฟจะพบว่า กระบวนการผลิตที่ศึกษาไม่อยู่ในสภาวะการควบคุม เนื่องจากแผนภูมิควบคุม \bar{X} พบจุดตกออกนอกขีดจำกัดควบคุม 2 จุด ในกลุ่มตัวอย่างที่ 7 และกลุ่มตัวอย่างที่ 8 ขณะที่แผนภูมิควบคุม S อยู่ภายใต้สภาวะการควบคุม



แผนภูมิควบคุมสำหรับตัวอย่างเชิงเดี่ยวและแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยเคลื่อนไหว (Control Chart for \bar{X} and R)
Chart for Moving Ranges) ใช้เมื่อไม่สามารถจัดเก็บข้อมูลเป็นกลุ่มตัวอย่างได้ กล่าวคือ เก็บข้อมูลครั้งละ
เท่านั้น ดังนั้นจึงไม่สามารถคำนวณความแปรผันในกลุ่มตัวอย่าง เนื่องจากกระบวนการผลิตมีอัตราการผลิตที่
ปริมาณที่ต้องการศึกษาแปรเปลี่ยนตลอดเวลา ซึ่งทำให้การจดบันทึกข้อมูลต้องบันทึกค่าที่ดีที่สุด วิธีการแก้ปัญหา
จึงต้องปลอมกลุ่มตัวอย่างจากข้อมูลที่บันทึกครั้งละ 1 ค่าลงในแผ่นบันทึก (ดูตารางที่ 3 ในภาคผนวก ข.) แล้ว
พิสัยของแต่ละกลุ่มตัวอย่างด้วยพิสัยเคลื่อนไหว

แผนภูมิควบคุม $\bar{X} - MR$

MR เป็นตัวประมาณค่าพิสัย (R) ที่ดี กล่าวคือ $\hat{\sigma} = \overline{MR}/d_2$ ภายใต้สมมติฐานว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการควบคุมเท่ากับ 1 หากกระบวนการควบคุมใช้พิสัยเคลื่อนไหวนครั้งละ 2 ค่าสังเกตเพื่อประมาณความแปรผันของกระบวนการ กล่าวคือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูลที่บันทึกได้ ดังนั้นค่า d_2 จะมีค่าคงที่เท่ากับ 1.128 ส่วนค่าพิสัยเคลื่อนไหวสามารถคำนวณได้จาก $|x_2 - x_1|, |x_3 - x_2|, |x_4 - x_3|, \dots, |x_n - x_{n-1}|$ ส่วนค่าเฉลี่ยของพิสัยเคลื่อนไหวหาได้จากสมการที่ (4.14)

$$\overline{MR} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} |x_{i+1} - x_i| \quad \dots(4.14)$$

แผนภูมิควบคุม X สำหรับข้อมูลที่สุ่มเพียงค่าเดียว (Individual Observation) ซึ่งแผนภูมินี้มีลักษณะคล้ายแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย โดยกลุ่มตัวอย่างมีเพียง 1 ตัวอย่างเท่านั้น ขีดจำกัดควบคุมสามารถคำนวณได้ดังแสดงในสมการที่ (4.15) และ (4.16)

แผนภูมิควบคุม X

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : \bar{x} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \bar{x}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : \bar{x} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad \dots(4.15)$$

แผนภูมิควบคุม MR

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL)} : D_4 \overline{MR}$$

$$\text{เส้นกึ่งกลาง (CL)} : \overline{MR}$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)} : D_3 \overline{MR} \quad \dots(4.16)$$

ตัวอย่างที่ 4.7 ในกระบวนการชุบเคลือบผิวด้วยนิกเกิล ชั้นงานโลหะต่อกับขั้วลบของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง และต่อตัวล่อหรือโลหะที่ใช้ในการเคลือบผิวเข้าขั้วบวก จากนั้นนำชิ้นงานและตัวล่อจุ่มลงในบ่อชุบซึ่งมีน้ำยาชุบอยู่ แล้วปรับแรงเคลื่อนไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าให้เหมาะสม ซึ่งจะทำให้ไอออนของโลหะที่จะเคลือบบนผิวชิ้นงานวิ่งไปยังขั้วลบซึ่งเป็นชิ้นงาน ผลจากการวัดค่าความเข้มข้นนิกเกิลในบ่อชุบเฉพาะเวลาก่อนเริ่มชุบในแต่ละกะ โดยที่มี 3 กะต่อวัน ดังนั้นเมื่อทำการจดบันทึกเป็นเวลา 25 วัน จะได้ผลการจดบันทึกดังตารางต่อไปนี้

4.8	4.8	4.5	4.5	4.4	4.2	4.4	4.5	5.0	4.2	4.8	4.5	4.4	4.6	4.3
4.5	4.7	4.4	4.5	4.4	4.5	4.7	4.7	4.6	4.4	4.7	4.8	4.6	4.5	4.6
4.3	4.3	4.5	4.8	4.5	4.6	4.4	4.7	4.6	4.5	4.8	4.7	4.5	4.6	4.7
4.7	5.0	4.7	4.8	4.6	4.4	4.8	4.9	4.6	4.3	4.7	4.6	4.8	4.8	4.9
4.9	4.6	4.6	4.8	4.9	4.9	4.7	4.7	4.7	4.8	4.7	4.9	5.2	4.4	4.3

ขณะที่กระบวนการซบเคลื่อนมีค่าแนวโน้มไปเรื่อยๆ ค่าความเข้มข้นของนิเกิลก็ลดน้อยลง ซึ่งมาตรฐานในการควบคุมเคลื่อนมีค่ากำหนดให้บ่อซบต้องมีความเข้มข้นประมาณ 4.5 ออนซ์ต่อแกลลอน จึงสร้างแผนภูมิควบคุม \bar{X} - MR สำหรับข้อมูลเหล่านี้ แล้ววิเคราะห์ว่าอยู่ภายใต้สภาวะการควบคุมหรือไม่

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม \bar{X} คือ

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$= 4.6187 + 3 \frac{0.1878}{1.128}$$

$$= 5.1182$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}}$$

$$= 4.6187$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$= 4.6187 - 3 \frac{0.1878}{1.128}$$

$$= 4.1192$$

ขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม MR

$$UCL_{MR} = D_4 \overline{MR}$$

$$= 3.267(0.1878)$$

$$= 0.6136$$

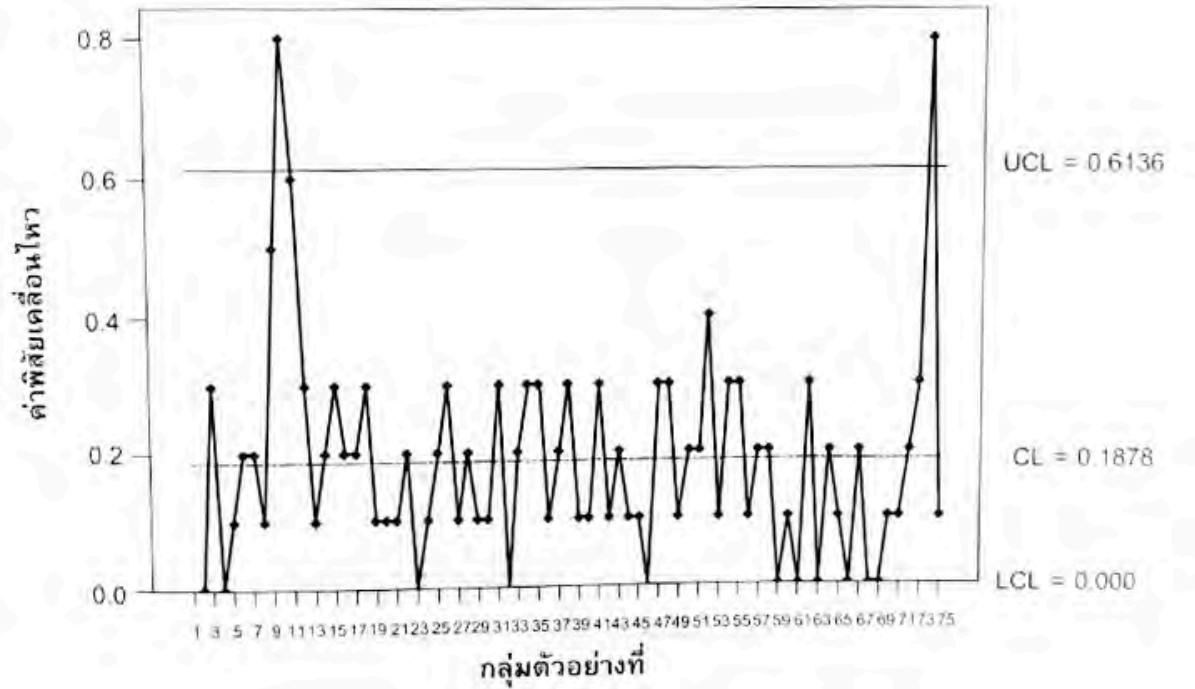
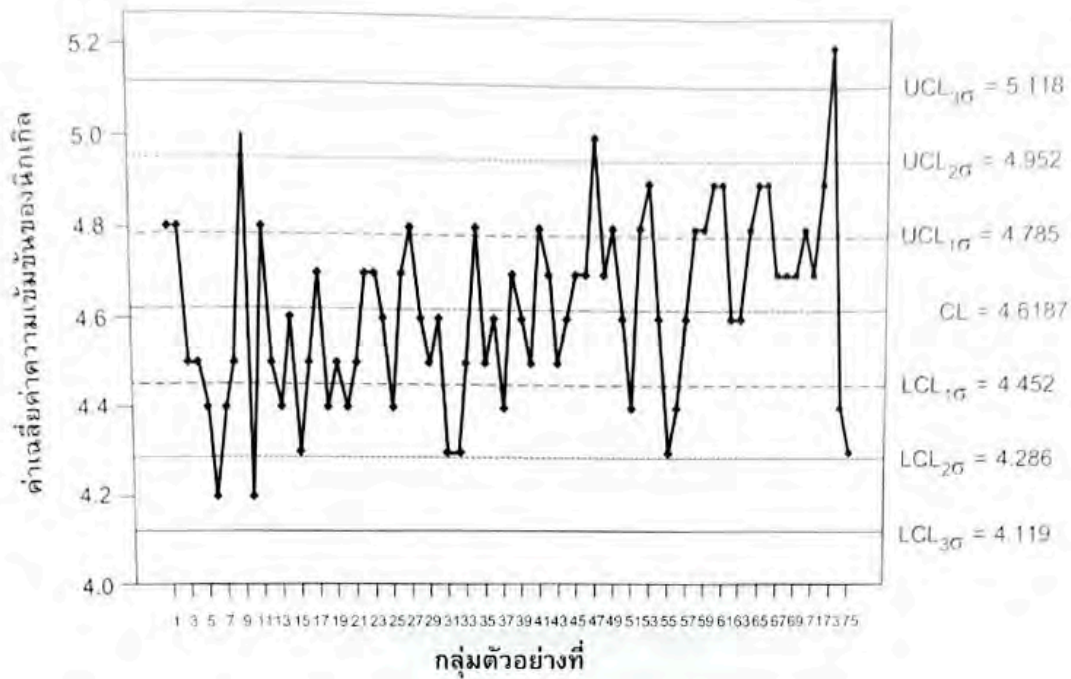
$$CL_{MR} = \overline{MR}$$

$$= 0.1878$$

$$LCL_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

$$= 0(0.1878)$$

$$= 0$$



จากแผนภูมิควบคุม \bar{X} - MR พบว่ากระบวนการผลิตออกนอกสภาวะการควบคุม เนื่องจากในแผนภูมิควบคุมพบจุด 4 จุดใน 5 จุดที่อยู่ต่อเนื่องกันอยู่นอกช่วงของ 1σ และพบการรัน นอกจากนั้นยังพบจุดออกนอกขีดจำกัดควบคุมในแผนภูมิควบคุม MR